

2025 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120 分

理工学部：数学物理学科(数学受験)・情報科学科(数学受験)

医学部：医学科

問題冊子 問題…… 1 ～ 4 ページ…… 1 ～ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

配 点……理工学部は表示のとおり。医学部は表示の 0.75 倍とする。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

1 a, b を正の整数とし、集合 P, Q を次で定義する。

$$P = \{(x, y) \mid x, y \text{ は整数 かつ } x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

$$Q = \{(x, y) \mid x, y \text{ は整数 かつ } (x - b)^2 + y^2 \leq 4a^2\}$$

また、有限集合 A の要素の個数を $n(A)$ で表す。このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) $a = 1$ のとき、 $n(P)$ の値を求めよ。
- (2) $a = 2$ のとき、 $n(Q)$ の値を求めよ。
- (3) $b = a^2 - 10$ を満たすとする。このとき、 $n(P \cup Q) \neq n(P) + n(Q)$ となる a の値をすべて求めよ。
- (4) $b = 20$ のとき、 $n(P \cup Q)$ が奇数となるような最小の a の値を求めよ。

2 a, b, p, q, r を実数とする。 xy 平面上の 2 つの曲線 C_1 と C_2 を次で定義する。

$$C_1 : y = -x^3 + ax^2 + 2ax + b$$

$$C_2 : y = x^3 + px^2 + qx + r$$

C_1 と C_2 は $x = -1$ で共有点 P を持ち、点 P において共通の接線 l を持つとする。

さらに、 C_1, C_2, l は、 $x = \frac{3}{2}$ において、1 点で交わるとする。このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) a の値を求めよ。
- (2) p, q の値を求めよ。また、 r を b を用いて表せ。
- (3) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ。

- 3 空間の4点を O, A, B, C とする。 $OA = OC = \sqrt{13}$, $OB = 5$ とし、内積について、
 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 13$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 7$ が成り立つとする。このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) AB, AC の長さを求めよ。
- (2) 三角形 ABC の面積を求めよ。
- (3) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。
- (4) 4点 O, A, B, C を通る球面の半径を求めよ。

- 4 i を虚数単位とする。複素数 α, β および実数 k が次の関係式を満たすとする。

$$0 < \arg \alpha < \pi$$

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{3}$$

$$\beta = k + \frac{\sqrt{6}}{2}i$$

このとき、次の問いに答えよ。

(100 点)

- (1) α の値を求めよ。
- (2) $\alpha^{20} + \frac{1}{\alpha^{20}}$ の値を求めよ。
- (3) $\frac{\beta}{\alpha^4}$ の値が実数となるとき、 β の値を求めよ。
- (4) n を正の整数とする。複素数平面において、原点を O , 複素数 α^n を表す点を A , 複素数 β^n を表す点を B とする。(3) の仮定のもとで、点 A が線分 OB 上に存在するような最小の n の値を求めよ。またそのとき、線分 AB の長さを求めよ。

