

問題訂正

2025 年度 大学院理工学専攻(修士課程)

第 1 次募集

数学物理学コース 物理科学分野

訂正箇所: 全 8 枚のうち 3 枚目

「物理学・物理化学」 2 問 2.

誤

問 2. 原点に置かれた電気双極子モーメント $\vec{p}$ の電気双極子よる電位 V_p を求めよ。ただし, ~



正

問 2. 原点に置かれた電気双極子モーメント $\vec{p}$ の電気双極子による電位 V_p を求めよ。ただし, ~

問題訂正

2025 年度 大学院理工学専攻(修士課程)

第 1 次募集

数学物理学コース 物理科学分野

訂正箇所: 全 8 枚のうち 5 枚目

「物理学」 4 問 5.

誤

問 5. 問 3～問 4 を考慮して、 $\langle \mu_z \rangle$ と B の関係を図示せよ。



正

問 5. 問 2～問 4 を考慮して、 $\langle \mu_z \rangle$ と B の関係を図示せよ。

2025 年度 高知大学大学院 総合人間自然科学研究科
理工学専攻(修士課程) 第1次募集 入学試験

< 一般選抜 >
数学物理学コース 物理科学分野

専門科目

問題冊子

問題冊子… 全8枚(表紙を含む)

物理学, 物理化学の2科目から1科目選択解答すること。

物理学を選択した場合, 1, 2, 3 および 4, 5 の合計 5 問について解答すること。

物理化学を選択した場合, 1, 2, 3 および 6, 7 の合計 5 問について解答すること。

選択した科目

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと。
2. 試験開始直後, 問題冊子, 解答冊子, 下書用紙の枚数等を確認すること。
3. 試験中に, 問題冊子・解答冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合, 下書用紙が不足する場合は, 手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙の所定の受験番号欄のすべてに受験番号を記入すること。
なお, 解答用紙には, 必要事項以外は記入しないこと。
5. 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答冊子の各ページは, 切り離さないこと。
7. 配付された解答冊子は, 持ち帰らないこと。
8. 試験終了後, 問題冊子, 下書用紙は持ち帰ること。
9. 試験終了後, 指示があるまでは退室しないこと。

(全8枚のうち1枚目)

1 2次元平面上における質量 m の質点の運動を考える。質点の位置ベクトルを $\vec{r}$ とすると、質点には原点からの距離 $r = |\vec{r}|$ に依存したポテンシャル $V(r) = -\frac{g}{r+a}$ が働いている。ここで a と g はそれぞれ正の定数とする。質点には抵抗 force や摩擦力が働かないとして、以下の問いに答えよ。(60点)

問1. ポテンシャルによる中心力が以下のように与えられることを示せ。

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{g}{(r+a)^2} \hat{r}$$

ただし、 $\hat{r} = \vec{r}/r$ である。

問2. 質点の運動方程式を求めよ。また、質点の力学的エネルギーが保存することを示せ。

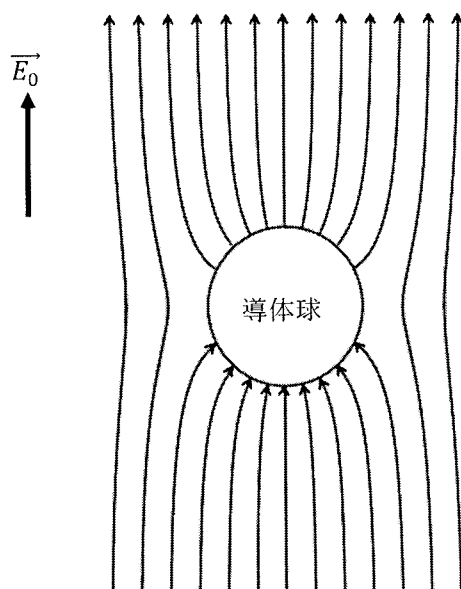
問3. 質点を原点からの距離 $r = b$ のある点に置いて静かに放した。その後の運動における質点の速さの最大値を求めよ。

問4. 質点に原点からの距離 $r = b$ の円周上で等速円運動をさせるには、質点にどのような初速度を与えればよいか求めよ。

2

図のように真空中の一様な平行電場 $\vec{E}_0$ に帯電していない半径 R の導体球を置いたとき、周りの電場と誘導電荷分布を鏡像法で考える。以下の問いに答えよ。(60点)

- 問1. 一様な平行電場 $\vec{E}_0$ が z 軸正の方向を向いているとして、その場合の電位 V_0 を求めよ。
- 問2. 原点に置かれた電気双極子モーメント $\vec{p}$ の電気双極子による電位 V_p を求めよ。ただし、 $\vec{p}$ の向きは $\vec{E}_0$ と同じ、すなわち z 軸正の方向を向いているとする。
- 問3. 一様な平行電場 $\vec{E}_0$ 中に半径 R の導体球を置くと、導体中では静電誘導が起こり、内部および表面の電位は一定となる。そこで導体球の代わりに、鏡像法を用い導体表面の電位がすべて0になるように電気双極子を置くことにした。この場合の電気双極子モーメント $\vec{p}$ を電場 $\vec{E}_0$ を使って表せ。
- 問4. 導体球の周りの電位 V を求めよ。
- 問5. 導体球の周りの電場 $\vec{E}$ を求めよ。
- 問6. 導体球表面の電荷密度 σ を求めよ。



(図) 一様な平行電場中の導体球

3 Answer the following problems. The answers may be given in Japanese. (60)

Problem:

A. The Gaussian function is given as,

$$f(x) = e^{-ax^2}, \text{ where } a > 0,$$

then prove the following integral,

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}},$$

and plot a graph of $f(x)$.

B. Calculate the following integrals:

$$(a) \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-ax^2} dx, \quad (b) \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx, \quad (c) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2+bx} dx, \text{ where } a > 0.$$

C. Describe examples of the use of Gaussian function (or integral) in physics.

4 絶対温度 T の熱浴中に置かれた全角運動量量子数 J を持つ分子に、大きさ B の磁場を z 軸方向に作用させると、この分子の磁気モーメントの磁場方向の成分は $\mu_z = -g_J \mu_B J_z$ ($J_z = -J, -J+1, \dots, J-1, J$) となる。ここで、 g_J はランダウの g 因子、 μ_B はボーア磁子である。また、ボルツマン定数を k_B とする。以下の各問いに答えよ。(60点)

問1. μ_z の平均値 $\langle \mu_z \rangle$ の表式を書け。

問2. $\mu_B B \ll k_B T$ において $\langle \mu_z \rangle$ は

$$\langle \mu_z \rangle = \frac{g_J^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3k_B T} B$$

で与えられることを示せ。

問3. $\mu_B B \gg k_B T$ のときの $\langle \mu_z \rangle$ を求めよ。

問4. 一般の B で $\langle \mu_z \rangle$ は、

$$\langle \mu_z \rangle = g_J \mu_B J B_J \left(\frac{g_J \mu_B J B}{k_B T} \right)$$

で与えられることを示せ。ただし、 $B_J(x)$ は、

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth \left(\frac{2J+1}{2J} x \right) - \frac{1}{2J} \coth \left(\frac{1}{2J} x \right)$$

である。

問5. 問3~問4を考慮して、 $\langle \mu_z \rangle$ と B の関係を図示せよ。

5 質量 m の粒子がポテンシャル $V(\mathbf{x})$ のもと、3次元量子運動を行っている。以下の問いに答えよ。
(60点)

問1 波動関数 $\psi(\mathbf{x}, t)$ が満たす時間に依存するシュレーディンガー方程式を書け。

問2 確率密度 $\rho = |\psi(\mathbf{x}, t)|^2$ と確率流束 $\mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi} [\psi^*(\mathbf{x}, t) \nabla \psi(\mathbf{x}, t) - \psi(\mathbf{x}, t) \nabla \psi^*(\mathbf{x}, t)]$ の間に、
連続の式 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ が成り立つことを示せ。

問3 問2で書かれた連続の式を体積積分することにより、確率が保存することを示せ。

6 一酸化鉛(PbO)には、赤色の α 型（リサージ）と黄色の β 型（マシコット）の多形が存在する。室温安定相はリサージであり、762 Kで高温安定相のマシコットに相転移する（このときの転移エンタルピー $\Delta_{tr}H^\circ$ は $\Delta_{tr}H^\circ = 0.17 \text{ kJ/mol}$ である）。また、各相の熱力学パラメータ、およびモル体積を表 1 に示す。なお、標準圧力は 1 bar とする。以下の各問いに答えよ。
(60点)

- 問1. リサージの結晶構造の空間群は $P4/nmm$ (no.129), マシコットでは $Pbcm$ (no.57)である。各相の結晶構造のブラベー格子を答えよ。
- 問2. $\alpha \rightarrow \beta$ 相転移の際の転移エントロピー $\Delta_{tr}S^\circ$ を求めよ。また、クラペイロンの式を用いて $p - T$ 図を作成し、各相が安定な領域を示せ。
- 問3. 298 K での、 $\alpha \rightarrow \beta$ 相変化に対する標準反応ギブズエネルギー $\Delta_r G^\circ$ を求めよ。
- 問4. 298 Kで、リサージとマシコットが平衡になる圧力 p_{eq} [bar]を求めよ。ただし、各多形のモル体積 V_{mol} は圧力に依らず一定であるとする。

表 1. PbO 多形の熱力学パラメータ, およびモル体積(@298 K)

	$\Delta_f H^\circ$ [kJ/mol]	S° [J/K/mol]	V_{mol} [$\times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$]
α 型 (リサージ)	-219.0	66.5	23.6
β 型 (マシコット)	-217.3	68.7	23.2

7

量子化学に関する以下の各問いに答えよ。(60点)

問1. 次の例に従って, O(原子番号 8), S(原子番号 16), V(原子番号 23)各原子の電子配置をそれぞれ答えよ。(例) Li(原子番号 3)の電子配置: $(1s)^2(2s)^1$

問2. 分子の形成を説明するときに採用される2つの近似法; ①原子価結合法, ②分子軌道法はそれぞれどのようなものか簡潔に説明せよ。

問3. O_2^+ (酸素分子陽イオン), O_2 (酸素分子), O_2^- (酸素分子陰イオン) について, 分子軌道法で考える。

(a) それぞれのイオン・分子について, 最もエネルギーの高い占有軌道 (HOMO) は σ 結合性軌道, σ 反結合性軌道, π 結合性軌道, π 反結合性軌道のいずれか。その軌道にある電子の個数とともに答えよ。

(b) これらのイオン・分子の中で, 結合長が最も短いと考えられるものはどれか。理由とともに答えよ。

問4. ヒュッケル近似を使って, ベンゼン環 C_6H_6 のハミルトニアン行列を書け。