2026 年度高知大学大学院総合人間自然科学研究科理工学専攻（修士課程）第 1 次募集
入学試験　<一般選抜>　数学物理学コース　物理科学分野　専門科目
出題意図

1. 質点の運動に対して基礎的な計算力と理解度を見る。

2. 電気映像法を問うことで，電磁気学の取り扱いに習熟しているかを見る。

3. 理想気体を対象としたエントロピー計算を題材に，熱力学についての理解を問う問題である。

4. 英文で出題された問題の読解能力と物理で必要となる基礎的な計算力とその理解を見る。

5. 量子力学における固有値問題を解く技法と基本概念に関する理解を見る。

6. 物理化学における計算力とともに化学反応に関する基礎的な理解と知識を問う。

2026年度高知大学大学院総合人間自然科学研究科理工学専攻（修士課程）第1次募集
入学試験　＜一般選抜＞　数学物理学コース　物理科学分野　専門科目

解 答 例

1

問1．質点にかかる力は $-\gamma mv$ となるので，運動方程式は

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma mv$　つまり，$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma m\frac{dx}{dt}$　となる。

問2．問1の運動方程式から，$\frac{dv}{dt} = -\gamma v$ を解くことになる。式を変形すると，$\frac{dv}{v} = -\gamma dt$ となり，$\ln(v) = -\gamma t + c_1$（c_1は積分定数）となることから，$v(t) = Ae^{-\gamma t}$（$A = e^{c_1}$）が得られる。$t = 0$ で，$v = v_0$ なので，時刻 t における質点の x 軸方向の速さは，$v(t) = v_0 e^{-\gamma t}$ となる。さらに，$x(t) = \int v dt = -\frac{v_0}{\gamma}e^{-\gamma t} + c_2$（$c_2$は積分定数）に対して，$t = 0$ の時 $x = 0$ であることを考慮すると，$c_2 = \frac{v_0}{\gamma}$ となるので，時刻 t における質点の x 座標は，$x(t) = \frac{v_0}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t})$ となる。

問3．$t \to \infty$ とすると $e^{-\gamma t} \to 0$ なので，$v = 0,\ x = \frac{v_0}{\gamma}$ となる。

2

問1．　静電場は境界での条件により定まる。与えられた境界の何かを取り除く代わりに，元の場合の境界条件と同じ境界条件がなりたつような仮想電荷で置き換えても，元の場合とおなじ静電場が得られる。このようにして電場を求める方法を電気映像法という。なお，置き換えた仮想電荷のことを電気映像とよぶ。

問2．　電気映像として，電荷$-q$を，元の点電荷の導体平面に対する対称点（導体面に対し，元の点電荷のちょうど反対側にあり，導体平面から距離r離れた点）におく。元の点電荷と電気映像が作る静電場をそれぞれ考え，両者の和が実際の静電場となる。

問３．　ゼロ

問４．　点電荷Ｐを中心にA,Bと垂直方向に間隔$2a$で並ぶ点をX_n, X_n'とする。ここでX_nはＡ側に並ぶ点であり，X_n'はＢ側に並ぶ点である。X_nあるいはX_n'とＰとの距離は$2a\,n$で表され，X_nのＢに対する対称点はX_{n+1}'，X_n'のＡに対する対称点はX_{n+1}に等しくなる。

電気影像法に準じ，問題の境界条件に等価の電荷を考えようとする。Ａの電位をゼロにするために電荷$-q$の電気映像をX_1に，Ｂの電位をゼロにするために電荷$-q$の電気映像をX_1'にそれぞれ置こうとすると，X_1'の位置にある電荷によってＡの電位がゼロでなくなり，また，X_1の位置にある電荷によってＢの電位がゼロでなくなる。これを補償するためにさらに外側の位置X_2, X_2'に，X_1', X_1の影像として$+q$の電気影像を置く必要があるが，それがまた電位を作るのでそれを補償するために…と無限個の電荷を考えることによってはじめて等価の電荷を考えることができるため。

問５．　対称なのでゼロ

問６．　Ａ方向への力

大きさ$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{(2a-2d))^2}-\frac{1}{(4a)^2}+\frac{1}{(6a-2d))^2}\cdots\right\}-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{(2a+2d))^2}-\frac{1}{(4a)^2}+\frac{1}{(6a+2d))^2}\cdots\right\}$

$$=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{(2a-2d))^2}-\frac{1}{(2a+2d))^2}+\frac{1}{(6a-2d))^2}-\frac{1}{(6a+2d))^2}\cdots\right\}$$

3

問 1.

$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$および$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}U}{T}+\frac{p}{T}\mathrm{d}V$

問2.

理想気体なので，$\mathrm{d}U = C_V\mathrm{d}T$，および$p=\frac{nRT}{V}$となるため，

$\mathrm{d}S = \frac{C_V}{T}\mathrm{d}T+\frac{nR}{V}\mathrm{d}V$

したがって，$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T}$ および$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{nR}{V}$

問3.

$\mathrm{d}S = \frac{C_V}{T}\mathrm{d}T + \frac{nR}{V}\mathrm{d}V$より，

$\Delta S = \int \mathrm{d}S = \int_{T_0}^{T_0} \frac{C_V}{T}\mathrm{d}T + \int_{V_1}^{V_2} \frac{nR}{V}\mathrm{d}V = nR\ln\frac{V_2}{V_1}$

問4.

1)

前問を参考に，

$\Delta S_{\mathrm{A}} = n_{\mathrm{A}}R\ln\frac{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}}$

$\Delta S_{\mathrm{B}} = n_{\mathrm{B}}R\ln\frac{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{B}}}$

2)

全体のエントロピー変化ΔSは，

$\Delta S = \Delta S_{\mathrm{A}} + \Delta S_{\mathrm{B}} = n_{\mathrm{A}}R\ln\frac{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}} + n_{\mathrm{B}}R\ln\frac{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{B}}}$となる。

この式右辺は正であるので，この変化では必ず$\Delta S>0$となることがわかる。したがって，ガスの混合は自発的な変化である。

$\boxed{4}$

Problem 1

(a) $\int_0^1 \log x\, dx = [x\log x - x]_0^1 = -1$

(b) $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx,\ \sqrt{x} = x',\ \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = dx',\ \int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \int_1^{+\infty} 2e^{-x}\, dx = [-2e^{-x}]_1^{+\infty} = \frac{2}{e}$

Problem 2

(a) $H^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = H$, H is Hermitian.

(b) $HH^\dagger = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, H is unitary.

(c)

$$\begin{vmatrix}1/\sqrt{2}-\lambda & 1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2}-\lambda\end{vmatrix} = \left(1/\sqrt{2}-\lambda\right)\left(-1/\sqrt{2}-\lambda\right) - \left(1/\sqrt{2}\right)^2 = 0$$

$$-1+\lambda^2 = 0, \rightarrow \lambda = \pm 1$$

$$\lambda = 1,\quad \varphi_1 = \begin{pmatrix}a\\ (\sqrt{2}-1)a\end{pmatrix}, < \varphi_1|\varphi_1 >= a^2(4-2\sqrt{2}) = 1,\quad \varphi_1^n = \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{2}}}\begin{pmatrix}1\\ \sqrt{2}-1\end{pmatrix}$$

$$\lambda = -1,\quad \varphi_2 = \begin{pmatrix}a\\ -(\sqrt{2}+1)a\end{pmatrix}, < \varphi_2|\varphi_2 >= a^2(4+2\sqrt{2}) = 1,\quad \varphi_2^n = \frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}\begin{pmatrix}1\\ -(\sqrt{2}+1)\end{pmatrix}$$

Problem 3

$$\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}\right)\right)_x = \frac{\partial}{\partial x}\frac{x}{r^3} = \frac{\partial x}{\partial x}\frac{1}{r^3} + \frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r^3} = \frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5}$$

$$\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}\right)\right)_y = \frac{\partial}{\partial y}\frac{y}{r^3} = \frac{\partial y}{\partial y}\frac{1}{r^3} + \frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r^3} = \frac{1}{r^3} - \frac{3y^2}{r^5}$$

$$\left(\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}\right)\right)_z = \frac{\partial}{\partial z}\frac{z}{r^3} = \frac{\partial z}{\partial z}\frac{1}{r^3} + \frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r^3} = \frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}\right) = \frac{3}{r^3} - \frac{3(x^2+y^2+z^2)}{r^5} = 0$$

5

問１． 領域$-a < x < a$では自由粒子として扱えるので，ポテンシャルの対称性から，波動関数をパリティの偶奇によって分ければ，$\psi(x) = A\cos(kx)$，$B\sin(kx)$と表現できる。これを定常状態のシュレーディンガー方程式$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = E\psi(x)$に代入すると，$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$を得る。

偶パリティ解は，境界条件より，

$$\psi(\pm a) = A\cos(ka) = 0\,.$$

$A \neq 0$を満たす解は$k = \frac{\pi n}{2a}, n = 1,3,5,\cdots$となるから，規格化された固有関数は

$$\psi_n(x) = \begin{cases}\sqrt{\dfrac{1}{a}}\cos\left(\dfrac{\pi n}{2a}x\right), & |x| \leq a, \quad n = 1,3,5,\cdots\\ 0, & a \leq |x|,\end{cases}$$

となる。

一方，奇パリティ解は，境界条件より，

$$\psi(\pm a) = \pm B\sin(ka) = 0\,.$$

$B \neq 0$ を満たす解は$k = \frac{\pi n}{a}, n = 1,2,3,\cdots$となるから，規格化された固有関数は

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{1}{a}}\sin\left(\dfrac{\pi n}{2a}x\right), & |x| \leq a, \quad n = 2,4,6\cdots \\ 0\,, & a \leq |x|, \end{cases}$$

となる。

偶奇いずれの量子数nに対しても，$k = \frac{\pi n}{2a}$となるので，エネルギー固有値は

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi n}{2a}\right)^2, \qquad n = 1,2,3,\cdots$$

となる。

問２． 運動量の期待値は波動関数を用いて以下のように計算される：

$\langle p\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx\ \psi^*(0,x)(-i\hbar\partial_x)\psi(0,x) =$

$\int_{-a}^{a} dx \left\{\sqrt{\frac{1}{a}}\cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\right\}(-i\hbar\partial_x)\left\{\sqrt{\frac{1}{a}}\cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\right\} =$

$\left(i\hbar\frac{\pi}{2a^2}\right)\int_{-a}^{a} dx\ \ \cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\ \sin\left(\frac{\pi}{2a}x\right)=0$

運動エネルギーの期待値は，ハミルトニアンの期待値と同じになるから，

$$\begin{aligned}\langle H\rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} dx\ \psi^*(0,x)H\psi(0,x) \\ &= \int_{-a}^{a} dx \left\{\sqrt{\frac{1}{a}}\cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\right\}\frac{(-i\hbar\partial_x)^2}{2m}\left\{\sqrt{\frac{1}{a}}\cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\right\} \\ &= \frac{(\frac{\pi}{2a}\hbar)^2}{2m}\frac{1}{a}\int_{-a}^{a} dx\ \ \cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\ \cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right) = \frac{(\pi\hbar)^2}{8a^2m}\end{aligned}$$

となる。

また，領域$-a/2 \leq x \leq a/2$に粒子を見出す確率Pは

$P = \int_{-a/2}^{a/2} dx\ \psi^*(0,x)\psi(0,x) = \frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2} dx\ \ \cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\ \cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right) =$

$\frac{2}{\pi}\int_{-\pi/4}^{\pi/4} dy \quad \cos(y)\ \cos(y) = \frac{2}{\pi}\frac{1}{2}(y + \ \cos y \sin y)|_{-\pi/4}^{\pi/4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \approx 0.8183$

となる。途中，$\int dx \cos^2 x = \frac{1}{2}(x + \ \cos x \sin x)$ を用いた。

問３．　時刻$t = t_0$における波動関数は，時間発展演算子$e^{-\frac{iH}{\hbar}t}$を用いれば，

$\psi(t_0, x) = e^{-\frac{iH}{\hbar}{}_0}\psi(0, x) = e^{\frac{it_0}{\hbar}\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}}\left[\sqrt{\frac{1}{a}}\cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\right] = e^{-i\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 t_0}\sqrt{\frac{1}{a}}\cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right),$

$(|x| < a),$

$$\psi(t_0, x) = 0,\ (|x| \geq a)$$

となる。

6

問1.　　N (原子番号 7)　　:$(1s)^2(2s)^2(2p)^3$

Cr^{3-}(原子番号 24) :$(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^6(3d)^3$

問2.　(略解)

(1) $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$ に対して，

表 1 より $\Delta_f G^\circ(CO_2) = -394.36$ kJ/mol, $\Delta_f G^\circ(CO) = -137.17$ kJ/mol, $\Delta_f H^\circ(CO_2) = -393.51$ kJ/mol, $\Delta_f H^\circ(CO) = -110.53$ kJ/mol,

よって 298K において，$\Delta_r G^\circ(CO_2) = (-394.36) \times 2 - (-137.17) \times 2 = -514.38$ kJ/mol

また同様に，$\Delta_r H^\circ(CO_2) = (-393.51) \times 2 - (-110.53) \times 2 = -565.96$ kJ/mo l

(2)またギブズ−ヘルムホルツの式より

$\Delta_r G^\circ(T_2) = \ \tau\ \Delta_r G^\circ(T_1) + (1-\tau)\ \Delta_r H^\circ(T_1)$　ただし　$\tau = T_2/T_1$

よって

$\Delta_r G^\circ(500K) = -479$ kJ/mol

問3.　(略解)

表 1 より　$\Delta_f G^\circ(H_2O, l)$ は　-237.13　kJ/mol

単体(H_2, O_2)の $\Delta_f G^\circ = 0$　より

$\Delta_r G \ = \ -237.13 \ - 0 - 0 = \ -237.13$ kJ/mol

この時の電極反応は　$H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$　$1/2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2O$　より

電子の移動は 2e となるので，ネルンストの式より電池の電圧は以下のとおりになる。

$\nu = 2$

$E_{cell} = -\Delta_r G/\nu F = -(-237.13\times10^{3})/(2\times9.65\times10^{4})$

$= 1.2288\cdots$　　　　　　　　　　　答　1.23 V

問4.

（ 略 ）